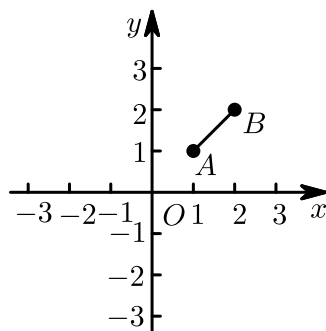


第1讲 一次函数公共点问题（练习）

一、一次函数平移与图形的公共点

1. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $A(1,1)$ ， $B(2,2)$ ，一次函数 $y = -2x + b$ 的图象与线段 AB 有公共点，则 b 的取值范围是（ ）。



- A. $3 \leq b \leq 6$ B. $3 \leq b \leq 4$ C. $1 \leq b \leq 2$ D. $-2 \leq b \leq -1$

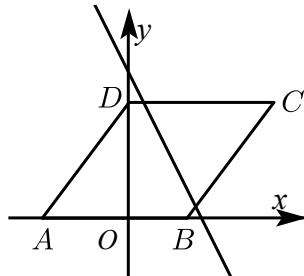
【答案】A

【解析】一次函数过点 A 时， $b = 3$ ，过点 B 时， $b = 6$ ，

根据题意可知，一次函数 $y = -2x + b$ 的图象与线段 AB 有公共点，
 b 的取值范围是 $3 \leq b \leq 6$ 。

【标注】【知识点】一次函数与几何图形公共点问题

2. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $ABCD$ 的顶点 A 、 D 的坐标分别为 $(-3,0)$ 、 $(0,4)$ ，若直线 $y = -2x + b$ 与菱形 $ABCD$ 有公共点，则 b 的取值范围是（ ）。



- A. $-6 \leq b \leq 4$ B. $4 \leq b \leq 8$ C. $-6 \leq b \leq 8$ D. $-6 \leq b \leq 14$

【答案】D

【解析】 $\because$ 菱形 $ABCD$ 的顶点 A 、 D 的坐标分别为 $(-3,0)$ 、 $(0,4)$ ，

$$\therefore CD = AD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore C$ 的坐标为(5, 4),

直线 $y = -2x + b$ 经过点 A 时, $6 + b = 0$, 解得 $b = -6$;

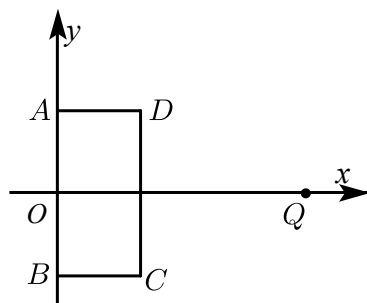
直线 $y = -2x + b$ 经过点 B 时, $-10 + b = 4$, 解得 $b = 14$.

则 b 的取值范围是 $-6 \leq b \leq 14$.

故选: D.

【标注】【知识点】一次函数与特殊平行四边形

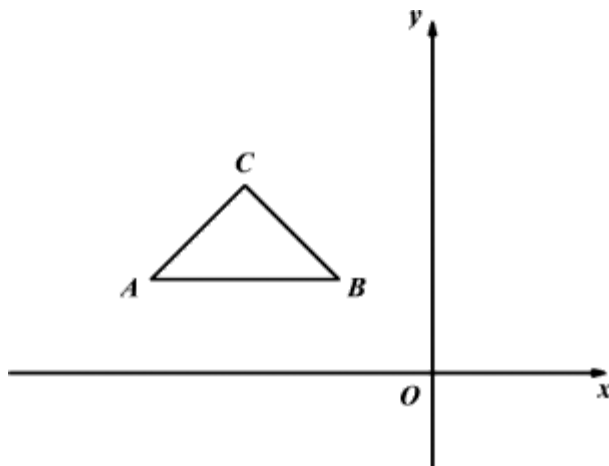
3. 如图, 矩形 $ABCD$ 的边 AB 在 y 轴上, AB 的中点与原点重合, $AB = 2$, $AD = 1$, 过定点 $Q(3, 0)$ 和动点 $P(0, a)$ 的直线与矩形 $ABCD$ 的边有公共点, 则 a 的取值范围是 _____.



【答案】 $-\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$

【标注】【知识点】一次函数与平行四边形

4. 如图, 平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别是 $A(-3, 1)$, $B(-1, 1)$, $C(-2, 2)$, 当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 与 $\triangle ABC$ 有公共点时, b 的取值范围是 ().



A. $-1 \leq b \leq \frac{1}{2}$

B. $-1 \leq b \leq 1$

C. $-\frac{1}{2} \leq b \leq 1$

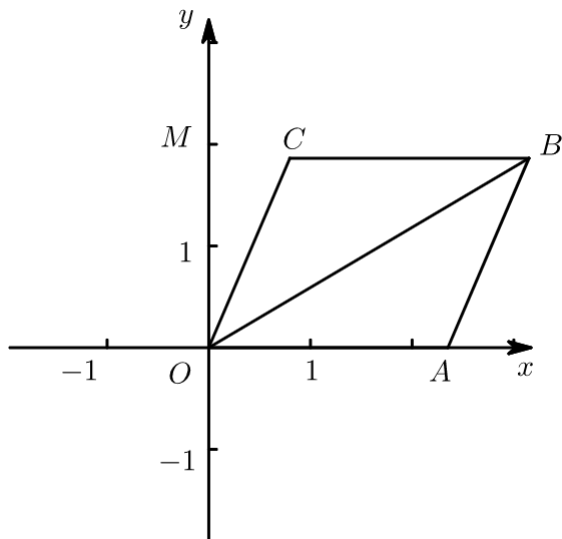
D. $-\frac{1}{2} \leq b \leq \frac{1}{2}$

【答案】 C

【解析】略.

【标注】【知识点】一次函数平移变换

5. 已知菱形 $OABC$ 在坐标系中的位置如图所示, O 是坐标原点, 点 $C(1, 2)$, 点 A 在 x 轴上. 将直线 $y = -x - 1$ 向上平移, 得到直线 $y = kx + b$.



- (1) 当直线 $y = kx + b$ 与线段 OC 有公共点时, 结合图象, 直接写出 b 的取值范围.
(2) 当直线 $y = kx + b$ 将四边形 $OABC$ 分成面积相等的两部分时, 求 k, b .

【答案】(1) $0 \leq b \leq 3$

(2) $k = -1, b = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

【解析】(1) $\because y = kx + b$ 是由 $y = -x - 1$ 平移得到,

$\therefore k = -1,$

由图像得, b 最小的时候过点 $(0, 0)$

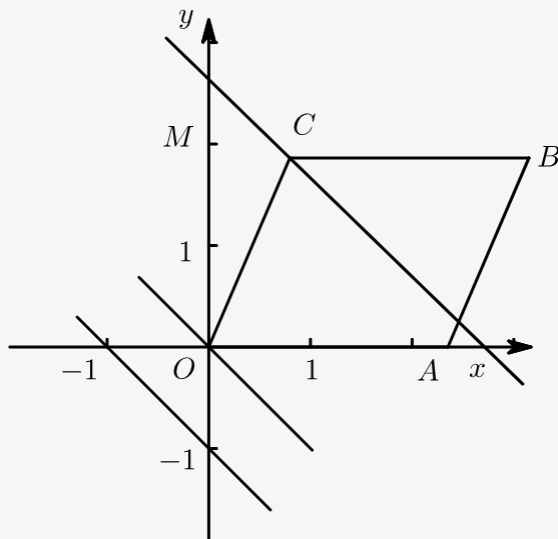
,

代入 $y = -x + b$ 得 $b = 0$;

b 最大的时候过 $C(1, 2)$,

代入得 $b = 3$.

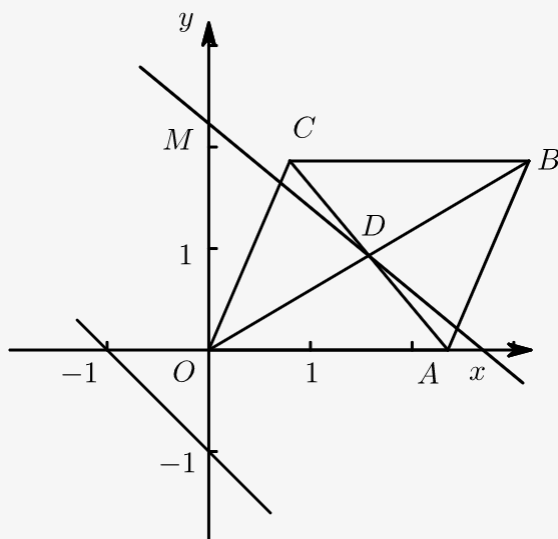
$\therefore 0 \leq b \leq 3$.



(2) 由题意: $k = -1,$

直线过菱形中点即可,

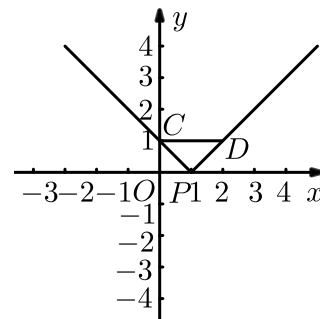
设中点为 D ,
 则 $D\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}, 1\right)$,
 代入求得 $b = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.



【标注】【知识点】一次函数与面积

二、一次函数旋转与图形的公共点

6. 如图, $C(0,1)$, $D(2,1)$, 一次函数 $y = kx - k$ 与线段 CD 有公共点, 求 k 取值范围.



【答案】 $k \leq -1$ 或 $k \geq 1$.

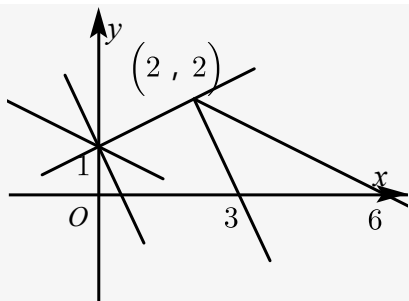
【解析】 函数可化为 $y = k(x-1)$, 恒过 $P(1,0)$, C, D 为临界点, 分别代入, $k = \pm 1$,
 $\therefore k \leq -1$ 或 $k \geq 1$.

【标注】【知识点】一次函数基础

7. 在直角坐标系中, 点 $P(a,b)$ 的“变换点” P_1 的坐标定义如下: 当 $a \geq b$ 时, 点 P_1 的坐标为 (a,b) ; 当 $a < b$ 时, 点 P_1 的坐标为 (b,a) . 依此定义, 直线 $y = -2x + 6$ 上所有点的交换点组成一个新的图形 L , 直线 $y = kx + 1$ 与图形 L 有且只有一个公共点, 则 k 的取值或取值范围是 _____.

【答案】 $k = \frac{1}{2}$ 或 $-2 < k \leq -\frac{1}{2}$

【解析】



$$\text{令 } x \geq -2x + 6,$$

$$\text{解得: } x \geq 2,$$

$$\therefore \text{新的图形 } L \text{ 的函数解析式为 } y = \begin{cases} -2x + 6 (x \geq 2) \\ -\frac{1}{2}x + 3 (x < 2) \end{cases},$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } y = -2x + 6 = 2,$$

$\therefore$ 新图形 L 的拐点坐标为 $(2, 2)$, 画出图形如图所示.

$$\text{当 } y = kx + 1 \text{ 过点 } (2, 2) \text{ 时, 有 } 2 = 2k + 1,$$

$$\text{解得: } k = \frac{1}{2},$$

$$\text{当 } y = kx + 1 \text{ 与 } y = -2x + 6 \text{ 平行时, } k = -2,$$

$$\text{当 } y = kx + 1 \text{ 与 } y = -\frac{1}{2}x + 3 \text{ 平行时, } k = -\frac{1}{2},$$

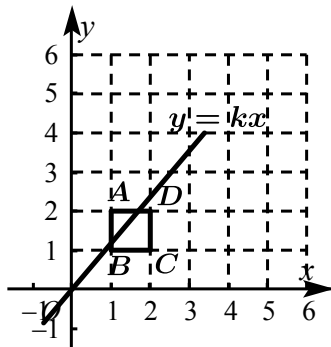
结合图形可知: 直线 $y = kx + 1$ 与图形 L 有且只有一个公共点时, $k = \frac{1}{2}$ 或

$$-2 < k \leq -\frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } k = \frac{1}{2} \text{ 或 } -2 < k \leq -\frac{1}{2}.$$

【标注】【知识点】定义新运算

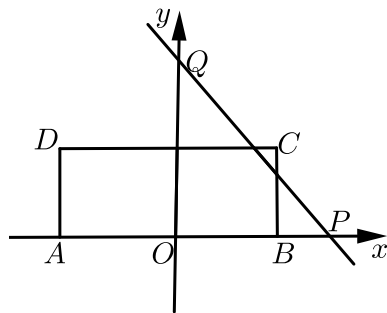
8. 如图 6×6 的正方形网格放置在平面直角坐标系中, 每个小正方形的顶点称为格点, 每个小正方形的边长都是 1, 正方形 $ABCD$ 的顶点都在格点上, 若直线 $y = kx (k \neq 0)$ 与正方形 $ABCD$ 有公共点, 则 k 的取值范围是 _____.



【答案】 $\frac{1}{2} \leq k \leq 2$

【标注】【知识点】正比例函数解析式

9. 如图，矩形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上， AB 的中点与原点重合， $AB = 2$ ， $AD = 1$ ，过定点 $Q(0, 2)$ 和动点 $P(a, 0)$ 的直线与矩形 $ABCD$ 的边有公共点，则：



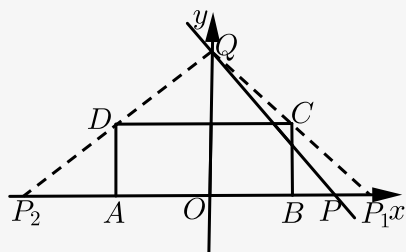
- (1) a 的取值范围是 _____ .
 (2) 若设直线 PQ 为： $y = kx + 2 (k \neq 0)$ ，则此时 k 的取值范围是 _____ .

【答案】 (1) $-2 \leq a \leq 2$

(2) $k \leq -1$ 或 $k \geq 1$

【解析】 (1) 连接 QC 延长与 x 轴相交于 P_1 ，根据中位线定理可知 $OP_1 = 2$ ，

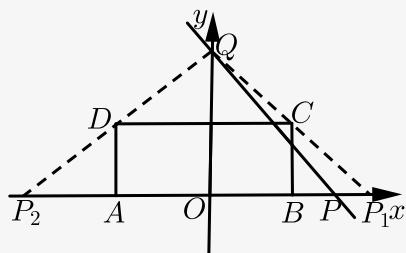
连接 QD 延长与 x 轴交于点 P_2 ，则 $OP_2 = 2$ ，



所以实数 a 的取值范围是 $-2 \leq a \leq 2$.

故答案为： $-2 \leq a \leq 2$.

(2) 如图，



当点 P 位于点 P_1 处时，由(1)知 $P_1(2, 0)$ ，则 $0 = 2k + 2$ ，解得 $k = -1$ ；

当点 P 位于点 P_2 处时，由(1)知 $P_2(-2, 0)$ ，则 $0 = -2k + 2$ ，解得 $k = 1$ ；

则 k 的取值范围是 $k \leq -1$ 或 $k \geq 1$.

故答案是： $k \leq -1$ 或 $k \geq 1$.

【标注】【知识点】一次函数与动点问题